

## INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL “SHEAR MODULUS” EN LAS PÉRDIDAS POR TRANSMISIÓN EN VIDRIOS LAMINADOS

PACS: 43.35.Mr

del Rey Tormos, Romina<sup>1</sup>, Alba Fernández, Jesús<sup>1</sup>; Ramis Soriano, Jaime<sup>1</sup>; Baenas Tomás<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>Grupo de Dispositivos y Sistemas Acústicos y Ópticos, DISAO. Departamento de Física Aplicada; Escuela Politécnica Superior de Gandía; Universidad Politécnica de Valencia  
Carretera Nazaret-Oliva s/n,  
46730 Grao de Gandia. Valencia. España  
Teléfono 962 849 314 – 962 849 300  
Fax: (96) 284.93.09  
<sup>2</sup>Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Alicante  
Carretera San Vicente del Raspeig, s/n.  
03690 San Vicente del Raspeig. (Alicante). España  
E-mail: roderey@doctor.upv.es, jesalba@fis.upv.es, jramis@fis.upv.es, Tomas.Baenas@ua.es

### ABSTRACT

In sandwich panels the uncertainty in the determination of the loss transmission (TL), is owed partly to the indeterminacy in the process of determination of the properties of each one of the materials that it composes of. The rigidity to flexion (B) and the loss factor ( $\eta$ ) of the panel are the fundamental parameters. Both depend of the characteristics of the components. In this work, the influence of the shear modulus G of the core and its uncertainty in the calculation of TL's predictions are studied. The results present conformity with the experimental measures.

### RESUMEN

En paneles sándwich la incertidumbre en la determinación de las pérdidas por transmisión (TL), es debida en parte a la indeterminación en el proceso de determinación de las propiedades de cada uno de los materiales que lo componen. La Rigidez a flexión (B) y el factor de pérdidas ( $\eta$ ) del conjunto son los parámetros fundamentales. Ambos dependen de las características de los componentes. En este trabajo se estudia la influencia del módulo de rigidez cortante G del núcleo y su incertidumbre en el cálculo de las predicciones de TL. Los resultados presentan concordancia con las medidas experimentales.

### INTRODUCCIÓN

Un estudio detallado del comportamiento vibratorio de un sistema formado por dos placas idénticas con una capa intermedia puede encontrarse en [10]. En este trabajo, se analizará el efecto de considerar o no el G aplicando para obtenerlo en su caso la expresión que se sugiere en [11]. Nos apoyaremos en la expresión para la predicción del aislamiento acústico facilitada en la norma [4], que se describirá más adelante.

Como es sabido los vidrios laminados están formados por:

- Vidrios monolíticos, cuyas características generales vienen descritas en UNE-EN 572-1 y que, desde el punto de vista acústico se comportan como capas impermeables, en las que la onda acústica provoca una vibración en la placa y la

energía reflejada es grande.

- ❑ Lámina amortiguante, bien del tipo PVB (Polibutil-Vinilo -Butiral), bien del llamado PMMA (PoliMetil-MetAcrilato)), u otro cuya misión es atenuar la transmisión de la vibración.

### Parámetros Relevantes en el Comportamiento Acústico de Vidrios

Uno de los parámetros más importantes para determinar el amortiguamiento que se produce en un vidrio es el factor de pérdidas,  $\eta$ , que se define como la razón entre la energía disipada por radian,  $D$ , a la frecuencia angular  $\omega_n$ , y la energía potencial máxima,  $W$ , que el sistema puede almacenar en un ciclo de vibración, según la expresión (1.1), que alternativamente se puede calcular en el espacio frecuencial a partir del ancho de banda para potencia mitad (1.2):

$$\eta = \frac{D}{2\pi W} = \frac{f_2 - f_1}{f_0} \quad (1)$$

Donde  $f_0$  es la frecuencia de resonancia y  $f_2$  y  $f_1$  son, respectivamente, las frecuencias a mitad de potencia por encima y por debajo de  $f_0$ .

La figura 1 muestra los límites superior e inferior del factor de pérdidas, en función de la frecuencia, correspondiente a varios tipos usuales de láminas intermedias a la temperatura de 20° C [1]. El PVB común alcanza un valor alrededor de 0.4 mientras que los utilizados específicamente para aplicaciones acústicas varían entre 0.8 y 1.2. Las dos rectas pueden ajustarse fácilmente con ecuaciones del tipo

$$\eta = A + \frac{B}{\sqrt{f}} \quad (2)$$

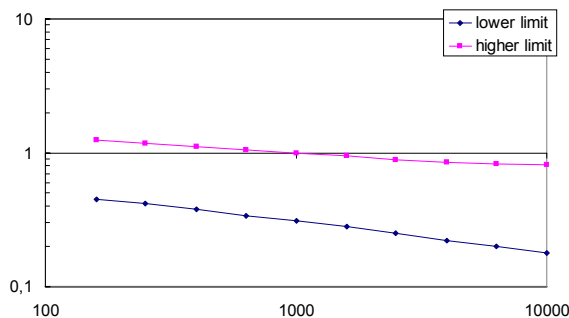


Figura 1

Cuando un vidrio es sometido a vibración excitándolo acústica o mecánicamente, la frecuencia a la que la velocidad de propagación de la onda de flexión libre en el panel se iguala a la velocidad del sonido en el aire se define como *frecuencia crítica* [3]. Bajo estimulación acústica la respuesta vibratoria de un panel es mayor alrededor de la frecuencia crítica. De aquí la importancia de su conocimiento. Esto es muy útil en diseño, ya que una estructura puede planearse para que su frecuencia crítica quede fuera del rango de frecuencias en el que la excitación acústica es superior. O sea cuando el factor de pérdidas alcanza su máximo.

Por otra parte: el *módulo de Young* de un vidrio,  $E$ , gobierna los fenómenos de flexotracción, el valor de cizallamiento o módulo de rigidez cortante,  $G$ , contempla el comportamiento de los posibles deslizamientos entre-capas y el coeficiente,  $\mu$ , de Poisson la contracción lateral. Sabemos que estos tres parámetros están íntimamente relacionados mediante  $G = E / 2(\mu - 1)$ . Y también que conocido el valor del módulo de Young de un determinado vidrio es posible determinar su frecuencia crítica a partir de la relación siguiente:

$$f_c = A \cdot c^2 \sqrt{\frac{m}{L \cdot B}} \quad (3)$$

B es la rigidez a la flexión,  $B = I \cdot E$ ; siendo  $I$  el momento de inercia de la sección transversal de la probeta, respecto al 'eje neutro' de ésta.  $E$  es el módulo de Young del material.  $L$  la longitud y  $m$  la masa del elemento. La velocidad del sonido en el aire  $c$ . Y  $A$  es un factor adimensional que engloba cuestiones de forma y condiciones de contorno. La caracterización de vidrios monolíticos y laminados se puede llevar a cabo siguiendo los procedimientos de las siguientes normativas:

-La norma ASTM/C 623–92, establece un método dinámico para la determinación del módulo de Young, módulo de cizalla y el coeficiente de Poisson [5]. A partir de datos geométricos, la densidad y las frecuencias de resonancia de una muestra se obtienen las propiedades elásticas de ese material. El módulo de Young se determina a partir de las frecuencias resonantes en el modo de vibración a flexión. Todos los materiales formados por vidrio y vidrio-cerámico que sean elásticos, homogéneos e isotropos pueden analizarse mediante este método.

-La normativa ASTM/E 756–98, permite determinar tanto el módulo de Young como el de Cizalla de materiales tipo elastómero, conocido el factor de pérdidas, cuando está confinado entre dos láminas rígidas que se deforman a flexión [6].

- La norma ISO/PAS 16940:2004, describe un método de medida del factor de pérdidas y el módulo de rigidez a flexión equivalente de muestras de vidrio laminado [4]. Además proporciona una ecuación para obtener las pérdidas por transmisión en este tipo de particiones.

$$\tau(\theta) = \frac{I_{tx}}{I_{inc}} = \left\{ \begin{array}{l} \left[ 1 + \eta \cdot \left( \frac{\omega \cdot \rho_s}{2 \cdot \rho \cdot c} \cdot \cos(\theta) \right) \cdot \left( \frac{\omega^2 \cdot B}{c^4 \cdot \rho_s} \cdot \sin^4(\theta) \right) \right]^2 \\ + \left[ \left( \frac{\omega \cdot \rho_s}{2 \cdot \rho \cdot c} \cdot \cos(\theta) \right) \cdot \left( 1 - \frac{\omega^2 \cdot B}{c^4 \cdot \rho_s} \cdot \sin^4(\theta) \right) \right]^2 \end{array} \right\}^{-1} \quad (4)$$

Donde  $I$  es la intensidad sonora ( $W/m^2$ ),  $\eta$  es factor de pérdidas de la placa (adimensional),  $\omega$  es la frecuencia angular, (rad/s);  $\rho_s$  es la densidad superficial de la placa ( $Kg./m^2$ ),  $\rho$  es la densidad del aire ( $Kg./m^3$ ),  $c$  la velocidad del sonido en el aire (m/s),  $\theta$  es el ángulo de incidencia y  $B$  es la rigidez a la flexión de la placa (Nm).

### EL MODELO DE “AISLAMIENTO SONORO POR VISCO-ELASTICIDAD DE LAMINADOS” PARA OBTENER LA RIGIDEZ A FLEXIÓN

Consideremos una estructura tricapa, como se muestra en las figuras 2 y 3, se puede calcular la rigidez a flexión ( $B$ ) homogeneizada, del conjunto, considerando el módulo de rigidez cortante ( $G$ ) del núcleo, según la siguiente expresión [11]:

$$B = K_1 \times \frac{H_1^2}{12} + K_2 \times \frac{H_2^2}{12} + K_3 \times \frac{H_3^2}{12} - K_2 \times \left( \frac{H_2^2}{12} \times \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) + K_1 \times D^2 + K_2 \times (H_{21} - D)^2 + K_3 \times (H_{31} - D)^2 - H_2 \times \left( \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) \times \left( \left( \frac{K_2}{2} \right) \times (H_{21} - D) + K_3 \times (H_{31} - D) \right) \quad (5)$$

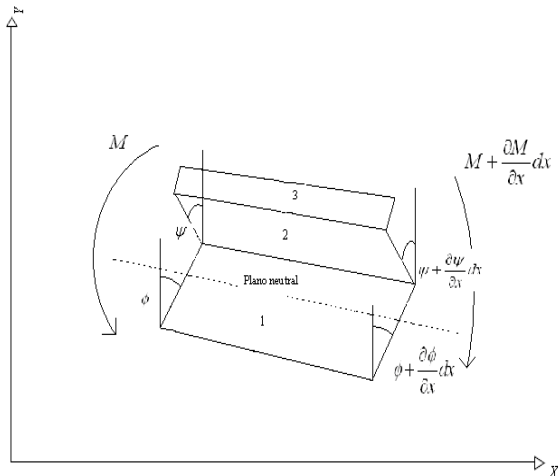


Figura 2. Elemento diferencial bajo deformación por flexión.

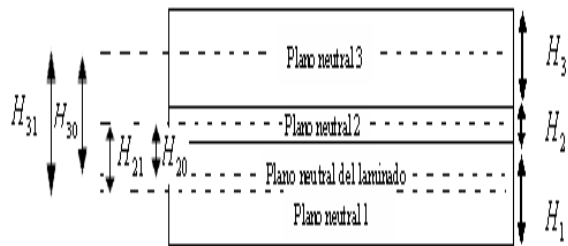


Figura 3. Geometría de la estructura sandwich

Donde  $K = E \times H \left( \frac{N}{m} \right)$ ,  $H_{1,2,3}$  son los espesores de la capa 1, 2 y 3 respectivamente (m),  $E$  es el módulo de Young  $\left( \frac{N}{m^2} \right)$ ,  $H_{21}$  es la distancia (m) entre el plano neutral de la capa 2 (intermedia) y el plano neutral de la capa 1 (capa inferior),  $H_{31}$  es la distancia (m) entre el plano neutral de la capa 3 (superior) y el plano neutral de la capa 1,  $D$  es la distancia (m) entre el plano neutral de la capa 1 y el eje de simetría de la misma capa y se puede calcular utilizando la expresión:

$$D = \frac{K_2 \times \left( H_{21} - \left( \frac{H_{31}}{2} \right) \right) + (K_2 \times H_{21} + K_3 \times H_{31}) \times g}{K_1 + \left( \frac{K_2}{2} \right) + g \times (K_1 + K_2 + K_3)} \quad (6)$$

Siendo  $g$  un parámetro que se define como

$$g = \frac{(G_2)}{(K_3 \times H_2 \times \kappa^2)} \quad (7).$$

En la expresión (5), la relación entre el ángulo "cortante" y el ángulo de flexión  $\frac{\partial \psi}{\partial \phi}$  puede expresarse como:

$$H_2 \times \frac{\partial \psi}{\partial \phi} = \frac{H_{31} - D}{1 + \left( \frac{G_2}{K_3 \times H_2 \times \kappa^2} \right)} \quad (8)$$

Donde  $\kappa = \omega / c \left( \frac{1}{m} \right)$  es la frecuencia angular y  $G_2$  es el módulo de rigidez cortante del núcleo.

## DESARROLLO

De la expresión para la determinación del coeficiente de transmisión, es posible obtener la variación de  $\tau(\theta)$  respecto cada uno de sus parámetros, como ejemplo, se muestra la expresión de la variación de  $\tau(\theta)$  respecto  $\eta$  y D:

$$\Delta\tau(\theta) = \left| 2\tau(\theta)^2 \left[ \left( \frac{\omega^3 \cos\theta D \sin^4 \theta \eta}{2\rho_o c^5} + 1 \right) \frac{\omega^3 \cos\theta D \sin^4 \theta}{2\rho_o c^5} \right] \Delta\eta + \left[ \left( \frac{\omega^3 \cos\theta D \sin^4 \theta \eta}{2\rho_o c^5} + 1 \right) \frac{\omega^3 \cos\theta \sin^4 \theta \eta}{2\rho_o c^5} + \frac{\omega^2 \cos^2 \theta (D\omega^2 \sin^4 \theta - \rho h c^4) \omega^2 \sin^4 \theta}{(2\rho_o)^2 c^{10}} \right] \Delta D \right| \quad (9)$$

Utilizando expresiones como la (9) se puede estimar el error cometido en el cálculo de las pérdidas por transmisión al considerar diferentes valores del módulo de rigidez cortante del núcleo en una estructura sandwich:

$$\frac{\partial STL}{\partial G} \times \Delta G = \frac{\partial STL}{\partial \tau} \times \frac{\partial \tau}{\partial B} \times \frac{\partial B}{\partial G} \times \Delta G \quad (10)$$

En las figuras 4 y 5 se muestra la diferencia entre las pérdidas por transmisión calculadas para un valor de G del núcleo y las pérdidas por transmisión calculadas para el doble de G.

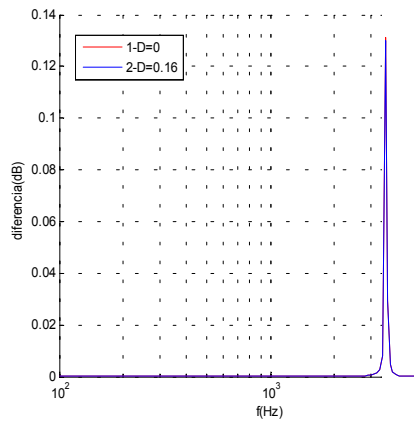


Figura 4. H1=H3=6 mm y H2=0.76 mm. Diferencia de TL para G=1.5e7 N/m<sup>2</sup> y G=3e7 N/m<sup>2</sup>

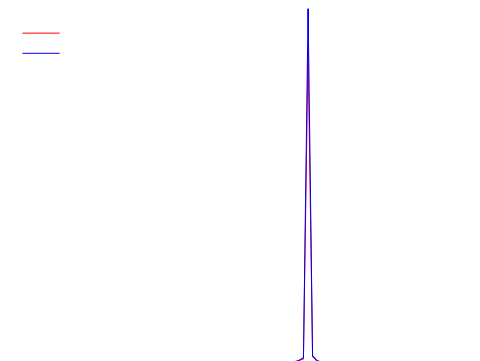


Figura 5 .H1=H3=4 mm y H2=0.34 mm. Diferencia de TL para G=1.5e7 N/m<sup>2</sup> y G=3e7 N/m<sup>2</sup>

Las figuras 6 y 7 muestran la variación de las pérdidas por transmisión, en función de la frecuencia, correspondientes a dos estructuras sandwich de diferentes espesores.

Para cada tipo de estructura sandwich se muestran TL a diferentes valores de G y D.

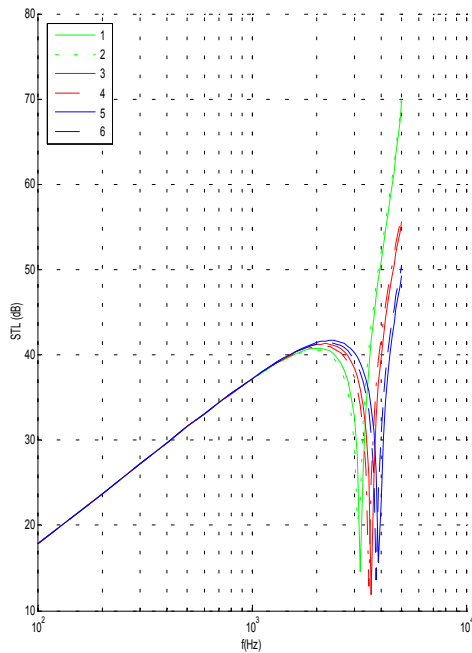


Figura 6.  $H_1=H_3=6$  mm y  $H_2=0.76$  mm,  $G(N/m^2)$  y  $D(mm)$ . 1- $G(\text{núcleo})=0, D=0.16$ ; 2-  $G(\text{núcleo})=0, D=0$ ; 3- $G(\text{núcleo})=1.5e7, D=0.16$ ; 4-  $G(\text{núcleo})=1.5e7, D=0$ ; 5-  $G(\text{núcleo})=3e7, D=0.16$ ; 6-  $G(\text{núcleo})=3e7, D=0$ .

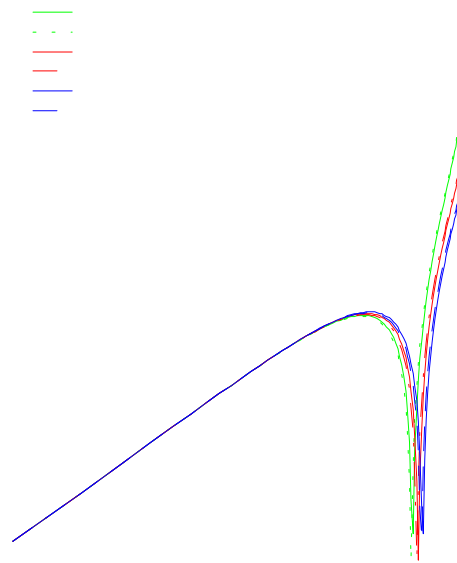


Figura 7.  $H_1=H_3=4$  mm y  $H_2=0.34$  mm.  $G(N/m^2)$  y  $D(mm)$ . 1- $G(\text{núcleo})=0, D=0.09$ ; 2-  $G(\text{núcleo})=0, D=0$ ; 3-  $G(\text{núcleo})=1.5e7, D=0.09$ ; 4-  $G(\text{núcleo})=1.5e7, D=0$ ; 5-  $G(\text{núcleo})=3e7, D=0.09$ ; 6-  $G(\text{núcleo})=3e7, D=0$ .

## CONCLUSIONES

Se ha estudiado la influencia en las pérdidas por transmisión incorporando efectos de rigidez del núcleo de una estructura sándwich formada por vidrios laminados. Los efectos de rigidez del núcleo vienen caracterizados por su módulo de rigidez cortante ( $G$ ). Los resultados presentan concordancia con las medidas experimentales, aunque éstas no se presentan en esta comunicación.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología en el proyecto cuya clave es: MAT2003-04068.

## REFERENCIAS

- [1]. M.Rehfeld, "Evaluation and improvement of acoustic interlayer for laminated glass by the mean of double glazing modelisation". Glass Processing Days, 13-16, June 1999;281-283.
- [2]. M.Karjalainen, P.Antsalo, A.Mäkivirta, T.Peltonen, V.Välimäki, "Estimation of modal decay parameters from noisy response measurements, J.Audio Eng. Soc., Vol. 50, 11, Noviembre 2002.
- [3]. K. Renji, P. S. Nair, S. Narayanan "Critical and coincidence frequencies of flat panels", Journal of Sound and Vibration 205, 1, 19-32, 1997.
- [4]. ISO/PAS 16940:2004(E)- Glass in building – Glazing and airborne sound insulation – Measurement of the mechanical impedance of laminated glass.
- [5]. ASTM/C 623–92 (Reapproved 2000)- Standard Test Method for Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio for Glass-Ceramics by Resonance.

- [6]. ASTM/E 756–98- Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials.
- [7]. K. Ookura, Y. Saito, “Transmisión Loss of multiple panels containing sound absorbing materials in a random incidence field”, Proceedings 1978 International Conference on Noise Control Engineering, Inter-Noise 78, San Francisco, California, May 1978.
- [8]. M.J.Carpena, J.Vera, T.Baenas, S.Bleda, “Implementación de un software para calcular el factor de transmisión con un modelo matemático de aproximación gaussiana del campo acústico”. Libro de actas de CIATEA 2004, 306-317, 2004.
- [9] Marc Rehfeld , Dispersion of sound transmission loss in glazings, Proceedings of International Ince Symposium , Managing Uncertainties in Noise Measurements and Prediction, Le Mans, France, 27-29 June 2005.
- [10] L. Cremer, M. Heckl,, *Structure-Borne Sound*,(Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York Paris Tokio 1987).
- [11] S.Langer, M.Schanz, H.Antes, ”Sound Insulation by Laminated Viscoelastic Plates”,Proc. Appl. Math. Mech.3,428-429 (2003).