

ESTUDIO DE SUPERFICIES VIBRANTES PARA LA PREDICCIÓN DE SU RADIACIÓN ACÚSTICA

PACS: 43.40.At

Alba Fernández, Jesús; Ramis Soriano, Jaime

Departamento de Física Aplicada; Escuela Politécnica Superior de Gandía; Universidad Politécnica de Valencia

Carretera Nazaret-Oliva S/N

Grao de Gandia 46730 (Valencia)

España

Teléfono (96) 284.93.14 - (96) 284.93.00

Fax : (96) 284.93.09

E-mail :jesalba@fis.upv.es, jramis@fis.upv.es

ABSTRACT

In this paper we present the results of application of numerical techniques of integration for the determination of acoustic power radiated of vibrant surfaces. To demonstrate the accuracy of the prediction a comparative between predicted and experimental results we present in two fields: the diaphragms of loudspeaker and the impermeable plates.

RESUMEN

Existen distintas situaciones de interés para la ingeniería acústica en las que superficies radian energía acústica al medio circundante. Este es el caso, por ejemplo, de los transductores acústicos, donde es interesante predecir su respuesta en frecuencia, su directividad o su impedancia de radiación. También es el caso de capas impermeables, donde el movimiento de la placa produce una presión asociada (ruido aéreo) que nos es molesto. En cualquier caso, la generación de potencia acústica depende sobre todo de la velocidad de vibración de la superficie y de su forma. En este trabajo se repasan las ecuaciones que permiten predecir el comportamiento de la superficie y se presentan algoritmos numéricos cuyo fin es la caracterización de la radiación de la superficie tanto en campo cercano como en campo lejano. Además, se muestran distintas simulaciones, tanto de altavoces como de capas impermeables, y se comparan con medidas de laboratorio.

INTRODUCCIÓN

Muchos sistemas acústicos se basan en la vibración de alguna superficie. En el caso del diseño de sistemas radiantes en baja frecuencia en el ámbito electroacústico, el comportamiento del dispositivo vibrante juega un papel importante en la reproducción de una onda sonora. En el ámbito del aislamiento se suele trabajar con modelos de paredes infinitas, pero estos son una aproximación de la realidad y se deberían realizar correcciones a paredes finitas, englobando el efecto de interferencia que se pueda producir por una superficie radiante en su entorno, incluyendo los modos propios de vibración de la superficie vibrante y el efecto de cada uno de esos modos sobre su entorno, lo que es realmente complejo [1].

En este trabajo se parte de la teoría básica de superficies vibrantes (pistones) y se particulariza para el caso de superficies circulares [2] (aplicables a membrana de altavoces) y superficies rectangulares [3] (para su uso en capas impermeables). Una vez presentados los modelos, se procede a presentar algunos de los resultados obtenidos.

RADIACIÓN DE UN PISTÓN PLANO EN PARED RÍGIDA

En general, la radiación producida por la vibración de una superficie extendida, tal como un pistón, diafragma, etc, se puede obtener como la suma de contribuciones que producirían una asociación de fuentes simples de superficie dS . La presión producida en un punto por una fuente simple viene dada por (figura 1) [4,5]:

$$dp = -j \frac{\rho_o f \bar{u}_o d\bar{S}}{h} e^{jk(h-ct)}$$

expresión que se puede simplificar en el caso de que se considere la velocidad de vibración constante en todos los puntos de la superficie por:

$$dp = -j \frac{\rho_o f u_o dS}{h} e^{jk(h-ct)}$$

siendo $j = \sqrt{-1}$ el número imaginario, ρ_o la densidad del aire, f la frecuencia de la onda emitida por la fuente simple, u_o la amplitud de velocidad de la superficie vibrante, h la distancia del elemento diferencial al punto donde se quiere calcular la presión, c la velocidad de propagación de la onda en el aire, t el tiempo y k la constante de onda, de valor:

$$k = \frac{2\pi f}{c}$$

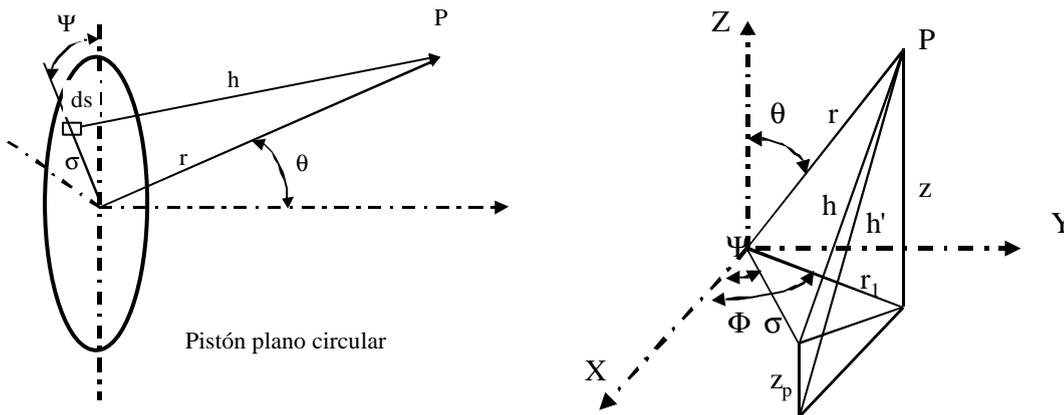


Figura 1: Pistón plano circular

El valor de h se puede expresar en función de variables del pistón y del punto de cálculo de la presión:

$$h^2 = r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \text{sen}\theta \text{cos}(\Psi - \Phi)$$

donde r es la distancia del centro del pistón al punto donde se quiere calcular la presión, σ es la distancia desde el centro del pistón al elemento de superficie, θ es el ángulo que forma el vector formado por el centro del pistón con el punto de cálculo y el eje Z , Ψ es el ángulo que el vector formado por el centro y el punto donde se sitúa el elemento de superficie forma con el eje X , y Φ es el ángulo que forma la proyección de r sobre el plano OXY con el eje X . Para el caso de un pistón circular plano situado sobre pared rígida que vibra con movimiento armónico, la expresión compleja de la presión es [4,5]:

$$p = -j\rho_o f u_o e^{-jkct} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} \frac{e^{jk\sqrt{r^2+\sigma^2-2r\sigma \text{sen}\theta \text{cos}\Psi}}}{\sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \text{sen}\theta \text{cos}\Psi}} \sigma d\sigma d\Psi$$

donde se ha tomado, por simetría, $\Phi = 0$. La expresión anterior sólo tiene solución numérica. Si se considera el caso de campo lejano, es decir, $r \gg a$, se pueden realizar las siguientes aproximaciones:

$$r \approx h \text{ (distancia)}$$

$$h \approx r - \sigma \sin \theta \cos \Psi \text{ (fase)}$$

que llevan a la siguiente expresión integral:

$$p \approx -j \frac{\rho_0 f u_0}{r} e^{-jk(r-ct)} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \sigma d\sigma \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} e^{-jk\sigma \sin \theta \cos \Psi} d\Psi = -j \frac{\pi \rho_0 f u_0 a^2}{r} e^{-jk(r-ct)} \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta}$$

siendo $J_1(x)$ la función de Bessel de orden 1.

En el caso de superficies rectangulares el valor de h es (figura 2):

$$\vec{h} = \vec{r} - \vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0) - (x, y, 0) = (x_0 - x, y_0 - y, z_0)$$

$$h = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}$$

siendo \mathbf{r} el vector de posición del punto donde se quiere calcular la presión y \mathbf{r}_0 el vector de posición del diferencial de superficie. Si la velocidad de vibración \mathbf{u}_0 es constante y lleva la dirección del eje Z, la expresión del diferencial de presión se puede escribir de la siguiente forma:

$$dp = -j \frac{\rho_0 f u_0 dx dy}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}} e^{jk(\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2} - ct)}$$

Integrando la expresión anterior para toda la superficie del pistón se obtiene la presión en un punto del espacio:

$$p = -j \rho_0 f u_0 e^{-j\omega t} \int_{x=-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{y=-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \frac{e^{jk\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}}}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}} dx dy$$

La expresión anterior requiere de una integración numérica aún para el caso más simple donde la velocidad de vibración es constante en todos los puntos de la superficie,

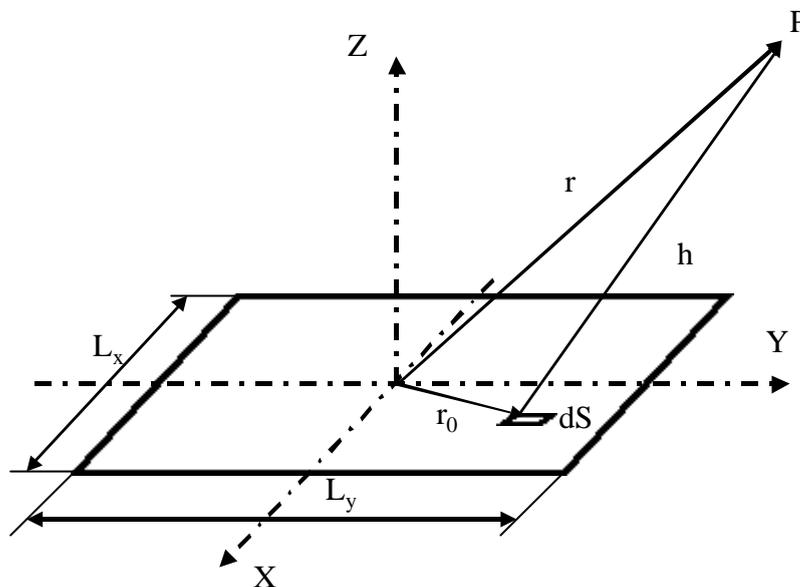


Figura 2: Pistón rectangular vibrante

En el caso de que la velocidad de vibración de la superficie no sea constante en todos sus puntos se ha de partir de la ecuación general. Sin embargo, para el caso de una superficie rectangular, suponiendo que la velocidad de vibración sea perpendicular a la superficie, dicha expresión se puede escribir como:

$$dp = -j \frac{\rho_0 f u_0(x, y) dS}{h} e^{jk(h-ct)}$$

La expresión integral de la presión radiada por una superficie rectangular con velocidad de vibración $u_0(x, y)$ armónica queda:

$$p = -j \rho_0 f e^{-j\omega t} \int_{x=-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{y=-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \frac{u_0(x, y) e^{jk\sqrt{(x_0-x)^2+(y_0-y)^2+z_0^2}}}{\sqrt{(x_0-x)^2+(y_0-y)^2+z_0^2}} dx dy$$

Sustituyendo en la expresión anterior la velocidad de vibración de la superficie se puede obtener la presión radiada en un punto del espacio. Del mismo modo se podría obtener una expresión para el pistón circular.

Conocidos los valores de presión e impedancia, se pueden obtener expresiones que predigan el aislamiento de una capa impermeable en función de su velocidad de vibración [3].

RESULTADOS OBTENIDOS

Algunos resultados obtenidos para capas impermeables

Utilizando el método de Romberg para la integración numérica, y suponiendo velocidad de vibración constante, se han calculado los niveles de presión normalizados respecto al máximo, en una superficie de $3,8 \times 3 \text{ m}^2$ en función de la frecuencia. En la figura 3 se representan los niveles de presión en la superficie en función de la frecuencia.

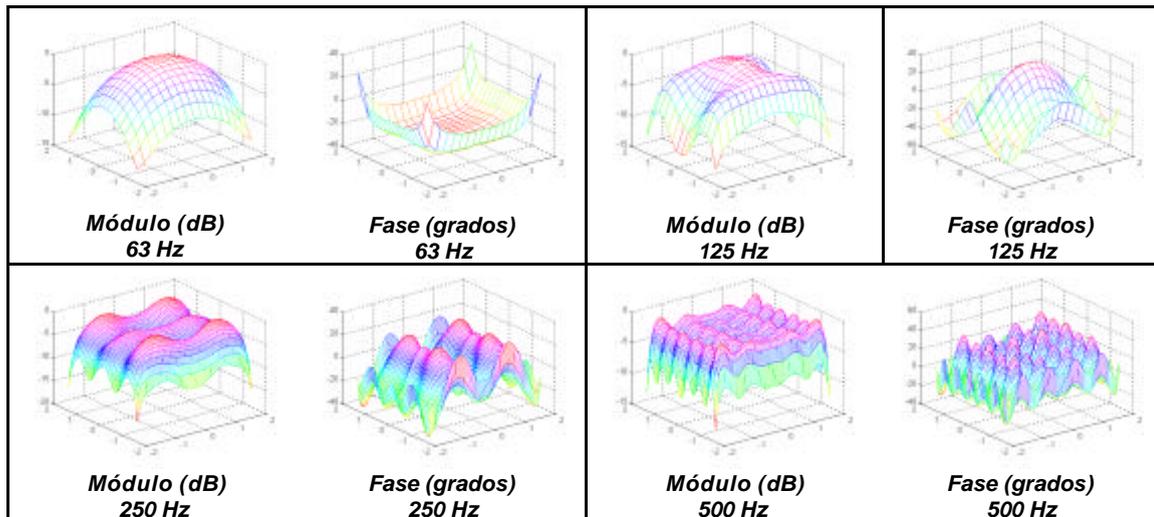


Figura 3: Evolución de los niveles de presión en la superficie en función de la frecuencia

En la figura 4 se han representado los resultados de aislamiento obtenidos para un vidrio de 2 mm. La línea roja marca los datos de laboratorio, la azul son los resultados suponiendo que la placa es infinita y la verde es la corrección realizada a partir de valores de presión y velocidad. Los resultados presentados en la figura 4 se han obtenido resolviendo más de cinco mil millones de integrales para cada frecuencia, tardando en un Pentium II a 333 MHz cerca de 16 horas por frecuencia (Los cálculos realizados han tardado aproximadamente dos semanas). Además se ha comprobado que para frecuencias superiores a 1 kHz es necesario aumentar el tamaño de la malla de medida utilizada (180 x 228 puntos) para que los resultados sean fiables.

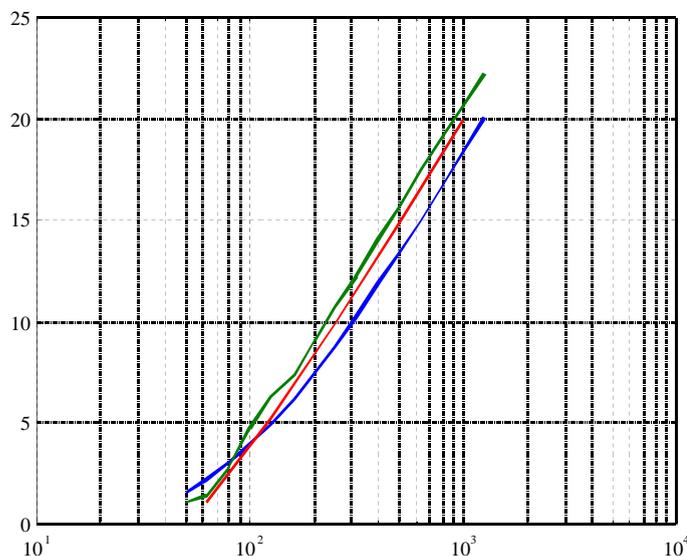


Figura 4: Resultados obtenidos para vidrio de 2 mm

Algunos resultados obtenidos para diafragmas

En la figura 5 se muestran los resultados obtenidos por simulación de la directividad de un pistón plano circular a 1000 Hz y de 18" de diámetro.

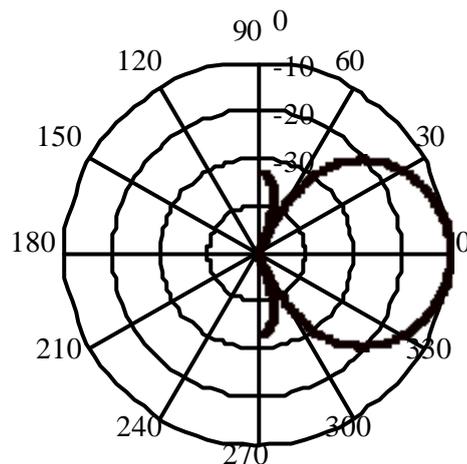


Figura 5: Diagrama de directividad a 1000 Hz de un pistón circular de 18''

CONCLUSIONES

El estudio de las superficies vibrantes es útil en diferentes campos de la acústica. En el caso de capas impermeables, si se conoce la velocidad de vibración de la capa, se puede predecir el aislamiento acústico de esta, el campo de presiones creado, etc; aunque el coste computacional es elevado. En el caso de altavoces, el comportamiento de la membrana se puede modelar y predecir la respuesta en frecuencia y directividad de éste, ya que el rango de frecuencias en el que se puede decir que todos sus puntos vibran con la misma amplitud y fase es:

$$f < \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}$$

siendo a el radio de la membrana, E el módulo de Young del material del que está compuesta la membrana, ρ la densidad de la membrana y μ el módulo de Poisson de la membrana [6]. Como ejemplo, un altavoz de 15" con un cono de cartón tiene como límite 1600 Hz aproximadamente [2]. Teniendo en cuenta que dicho altavoz se utiliza para bajas frecuencias, la frecuencia es válida. Un altavoz de 5" con membrana de aluminio tiene una frecuencia de corte aproximada de 22500 Hz.

REFERENCIAS

- [1] Bruneau M., "Manuel D'acoustique Fondamentale", Editions Hermès (1998)
- [2] A. L. Goldstein, S. N. Y. Gerges, "Numerical Modelling and Measurement of the Vibroacoustic Characteristics of Loudspeakers", InterNoise 97, 1691-1694.
- [3] Alba Fernández, Jesús, "Algoritmos De Modelado De Particiones Multicapa Para La Predicción De Su Aislamiento Acústico A Ruido Aéreo", Tesis Doctoral (2000)
- [4] P. M. Morse, "Vibration and Sound", Acoustical Society of America, fourth printing, 1991.
- [5] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, J. V. Sanders, "Fundamentals of Acoustics", John Wiley & Sons, Third Edition, 1982
- [6] M. Recuero, "Ingeniería Acústica", Ed. Paraninfo, 1994