

## **PREDICCIÓN DEL CAMPO ACUSTICO EN RECINTOS CON GEOMETRIA IRREGULAR PARA UN SISTEMA DE CONTROL ACTIVO DEL RUIDO**

PACS: 43.50.Ki

T. Bravo y P. Cobo  
Instituto de Acústica. CSIC  
Serrano 144  
28006 Madrid. España  
Tel: 915 618 806  
Fax: 914 117 651  
E-mail: iacbm51@ia.cetef.csic.es; iacpc24@ia.cetef.csic.es

### **ABSTRACT**

The distribution of the sensors and actuators in an active noise control system imposes a limit in the maximum attenuation levels to be reached. In real applications, irregular shaped cavities are often involved, whose modal characteristics are fundamental to a better understanding of the sound mechanism and any active noise reduction to be taken. The most popular alternatives are numerical methods. In this work, an approach is presented for computing acoustic properties of cavities of arbitrary shape, approximating the cavity geometry by a set of rectangular subcavities. The adjacent ones are jointed together by means of vibrating membranes.

### **RESUMEN**

La distribución espacial de los transductores en un sistema de control activo del ruido impone un límite a los valores de atenuación máximos que pueden obtenerse. En la mayoría de los problemas que se presentan en la práctica aparecen geometrías irregulares, cuya respuesta acústica no puede predecirse utilizando métodos clásicos de separación de variables. Las alternativas más utilizadas en estos casos son los métodos numéricos. En este trabajo se utilizan un método que consiste en la discretización de la cavidad por subcavidades más pequeñas cuya geometría se conoce. Las cavidades adyacentes se acoplan a través de membranas vibrantes.

### **INTRODUCCIÓN**

La disposición de los transductores en un sistema de control activo impone un límite superior en la cancelación máxima que se puede obtener. La calidad del resto de los factores acústicos y de control determinará en qué medida nos podemos aproximar a esos valores óptimos. Para poder analizar el problema de una forma sistemática, es necesario contar con una descripción del campo acústico que permita predecir el comportamiento del sistema cuando se le somete a una perturbación primaria y cuando se introducen un determinado número de fuentes secundarias y sensores de error para controlar el campo producido.

La complejidad de la solución de ondas dependerá del tipo de problema que estemos considerando. Por desgracia, solamente existe una solución analítica para aquellos recintos cuya geometría es tal que se ajusta a alguno de los sistemas de coordenadas en los que la ecuación de ondas es separable. Las matemáticas además se vuelven más complicadas debido a los materiales absorbentes que se distribuyen de forma no uniforme en el interior de la cabina. Por lo tanto, en la mayoría de los sistemas que se encuentran en la práctica, la dificultad para el tratamiento del problema radica precisamente en la determinación de las formas modales.

Cuando consideramos recintos con geometría arbitraria, los métodos disponibles son bastante limitados. Las alternativas más utilizadas son los métodos numéricos, como elementos finitos o elementos de contorno. La mayor desventaja de estos métodos es el número de elementos que se necesitan para representar de forma apropiada el campo acústico, lo que conlleva un tiempo de cálculo que puede ser incluso prohibitivo.

Resultados anteriores en el área de control activo del ruido (Bullmore et al., 1987) muestran que para predecir el efecto que tendría la realización de este sistema en la práctica, solamente es necesario tener en cuenta algunas propiedades del campo sonoro. Las consideraciones que hay que tener en cuenta son esencialmente dos: la contribución de los diferentes modos normales a la frecuencia de excitación y la forma de la fuente primaria. Para este propósito, en este trabajo se utiliza un método basado en la teoría de acoplamiento modal (Pope, 1971; Dowell et al., 1977; Fahy, 1985) consistente en discretizar la cavidad en una serie de subcavidades más pequeñas, cuya geometría se conoce, y acoplarlas entre sí a través de membranas vibrantes.

La aproximación de la geometría irregular de la cavidad por otras con una solución analítica introduce de forma inevitable errores en los cálculos realizados, pero constituye una alternativa cuando no se pueden utilizar paquetes comerciales de elementos finitos, utilizando una base más física para el tratamiento del problema que las soluciones numéricas. Incluso en este caso siempre es necesario que el usuario tenga una idea fundamental del procedimiento físico que existe de fondo, de manera que las limitaciones del análisis se pueden determinar de forma correcta. Por supuesto este tratamiento nunca sería apropiado como una herramienta para investigar los niveles de presión sonora en el interior con el objetivo por ejemplo de hacer modificaciones en la estructura exterior. El propósito aquí es elegir el modelo más sencillo posible que puede describir las características señaladas anteriormente.

Partiendo de la teoría desarrollada por Dowell et al. para el análisis de una cavidad con paredes que no son totalmente rígidas, sino que transmiten ruido al interior a través de su vibración, se trata el campo de presión para recintos con geometrías arbitrarias. Combinando después todas las respuestas, y con condiciones apropiadas en la frontera, es posible realizar una aproximación de las características modales del sistema conjunto.

## MODELO TEORICO

Las ecuaciones para la teoría de acoplamiento modal para una cavidad en la que una de sus paredes es flexible y el resto rígidas, como se muestra en la Figura 1, están desarrolladas en detalle en el libro de Fahy (1985). El resultado final para el sistema acoplado en función del desplazamiento de la pared y del potencial acústico viene expresado en las ecuaciones (1) y (2)

$$\ddot{w}_i + \mathbf{w}_i^2 w_i = -\frac{\mathbf{r}_0 A_F}{M_i} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\Phi}_n B_{ni} + \frac{F_i^E}{M_i} \quad (1)$$

$$\ddot{\Phi}_n + \mathbf{w}_n^2 \Phi_n = -\frac{c^2 A_F}{\Lambda_n} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{w}_i B_{ni} - \frac{c^2 Q_n}{\Lambda_n} \quad (2)$$

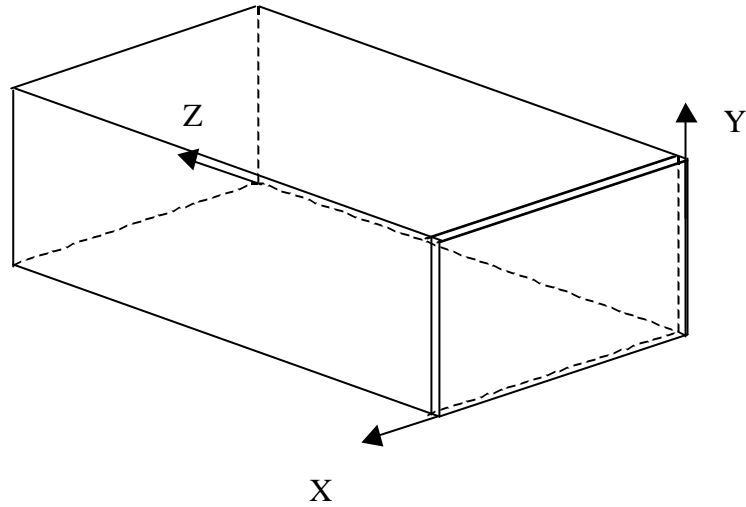


Figura 1. Esquema del modelo acoplado

En estas ecuaciones  $\Phi_n$  es el potencial acústico del modo normal n-ésimo,  $Q_n$  y  $\Lambda_n$  son las fuerzas de fuente generalizadas y el volumen modal del modo n-ésimo,  $w_i$  es el desplazamiento del modo estructural i-ésimo,  $F_i$  y  $M_i$  son las fuerzas generalizadas y la masa modal del modo estructural i-ésimo, y  $B_{ni}$  es el coeficiente de acoplo entre el modo acústico n-ésimo y el modo estructural i-ésimo, definido de la forma

$$B_{ni} = \frac{1}{A_F} \int_{A_F} \mathbf{y}_n \mathbf{f}_i dA \quad (3)$$

donde  $\mathbf{y}_n$  es el modo propio n-ésimo de la cavidad con paredes rígidas, y  $\mathbf{f}_i$  es el modo estructural i-ésimo del panel sin la cavidad. Este factor gobierna el acoplamiento del sistema, y se interpreta como una medida del grado de “parecido” o “ajuste” espacial entre los modos acústicos y los estructurales. Si el coeficiente es cero, los modos n e i no se ajustan, y en el sistema total aparecerán las frecuencias desacopladas. Por el contrario, si el coeficiente es distinto de cero, existe parecido en el espacio entre los modos propios, y las frecuencias resultantes diferirán de las originales. Cuando esto suceda, las formas modales correspondientes a las frecuencias acopladas serán una combinación lineal de los modos acústicos y estructurales que se acoplan, mientras que un coeficiente cero no producirá efecto alguno en las formas de onda del sistema.

El problema que queremos resolver es encontrar los modos normales de un recinto con una forma irregular. Para ello, como ya hemos indicado, vamos a suponer que podemos dividir ese recinto en dos subcavidades cuya solución analítica se conoce, unidos entre sí a través de una membrana vibrante. Si expresamos la presión acústica de la cavidad y la velocidad del panel en términos de sus modos normales, tenemos

$$p(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \mathbf{y}_n(\mathbf{r}) \quad (4)$$

$$v(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} v_i \mathbf{f}_i(\mathbf{x}) \quad (5)$$

Las ecuaciones (1) y (2), añadiendo los términos correspondientes de amortiguamiento modal y eliminando los producidos por fuerzas acústicas en el interior del recinto o fuerzas estructurales aplicadas al panel, se pueden expresar como

$$a_n = \frac{j\mathbf{r}_0 c^2 \mathbf{w}}{\Lambda_n (\mathbf{w}_n^2 + j\mathbf{h}_{an} \mathbf{w}_n \mathbf{w} - \mathbf{w}^2)} \left( -A_F \sum_{i=1} v_i B_{ni} \right) \quad (6)$$

$$v_i = \frac{j\mathbf{w}}{M_i (\mathbf{w}_i^2 + j\mathbf{h}_{si} \mathbf{w}_i^2 - \mathbf{w}^2)} \left( A_F \sum_{n=1} a_n B_{ni} \right) \quad (7)$$

La expresión final para las dos cavidades y el panel que las conecta resulta

$$a_n^a \Lambda_n^a (\mathbf{w}_n^{a^2} + j\mathbf{h}_{an} \mathbf{w}_n^a \mathbf{w} - \mathbf{w}^2) = j\mathbf{r}_0 c^2 \mathbf{w} \left( -A_F \sum_{i=1} v_i B_{ni}^a \right) \quad (8)$$

$$a_n^b \Lambda_n^b (\mathbf{w}_n^{b^2} + j\mathbf{h}_{an} \mathbf{w}_n^b \mathbf{w} - \mathbf{w}^2) = j\mathbf{r}_0 c^2 \mathbf{w} \left( +A_F \sum_{i=1} v_i B_{ni}^b \right) \quad (9)$$

$$M_i (\mathbf{w}_i^2 + j\mathbf{h}_{si} \mathbf{w}_i^2 - \mathbf{w}^2) v_i = j\mathbf{w} A_F \left( \sum_{n=1} a_n^a B_{ni}^a - \sum_{n=1} a_n^b B_{ni}^b \right) \quad (10)$$

En estas ecuaciones, el superíndice a se refiere a la cavidad a, y el b a la cavidad b. En la ecuación (9) aparece un signo positivo en el miembro derecho porque el sentido de la normal se toma positivo desde la cavidad a hacia el panel. La ecuación (10), relativa al movimiento del panel, contiene los términos de acoplamiento con las dos cavidades, cada una de signo contrario.

Un caso de especial interés ocurre cuando el panel que conecta las dos cavidades tiene masa y resistencia cero. En este caso, las dos cavidades están conectadas directamente, y podemos hallar los modos normales de un recinto total compuesto por cavidades conectadas de esta forma. El sistema que tendríamos que resolver incluye las ecuaciones (8) y (9), que no sufren modificaciones, y la ecuación (10) modificada eliminado el término en el que aparece la masa del panel, de la forma

$$\left( \sum_{n=1} a_n^a B_{ni}^a - \sum_{n=1} a_n^b B_{ni}^b \right) = 0 \quad (11)$$

que expresa la condición de continuidad en la frontera.

## SIMULACION NUMERICA

La motivación para este trabajo surgió de la necesidad de realizar una predicción para la configuración en el espacio de los transductores en un sistema de control activo en el interior de una furgoneta. La geometría del vehículo se adapta a un recinto paralelepipedico excepto la superficie inclinada en la parte frontal. Si descomponemos la cabina en dos recintos como los indicados en la Figura 2, podemos acoplar las ecuaciones de la forma indicada. Las dimensiones del recinto son 3.15 m en la base, 1.54 m de anchura y 1.4 m de altura.

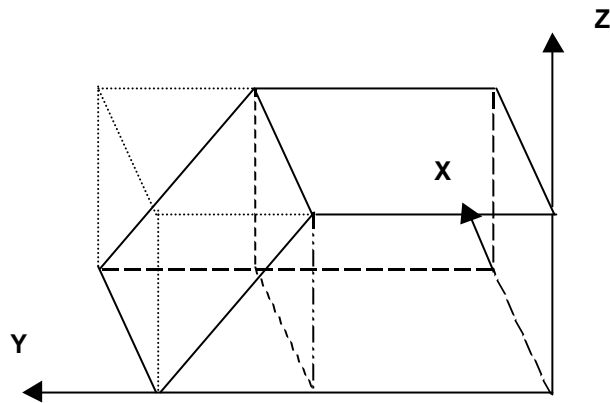


Figura 2. Esquema del recinto utilizado como aproximación del vehículo

Para la resolución del sistema acoplado necesitamos conocer los modos normales y las frecuencias propias de ambos recintos. Estas descripciones pueden encontrarse en Morse y Bolt (1944). En la Tabla 1 se listan los valores de las diez primeras frecuencias propias calculadas con el programa de acoplamiento modal.

Tabla 1. Valores obtenidos para las frecuencias propias de los diez primeros modos normales para el recinto irregular

Modo	Frecuencia (Hz)
1	0.0000
2	65.5330
3	111.8031
4	112.4910
5	128.3140
6	129.5937
7	158.6006
8	161.7965
9	169.3594
10	170.1894

A continuación se presenta la distribución en un plano horizontal a una altura de 1 m, en la posición de las cabezas de los ocupantes.

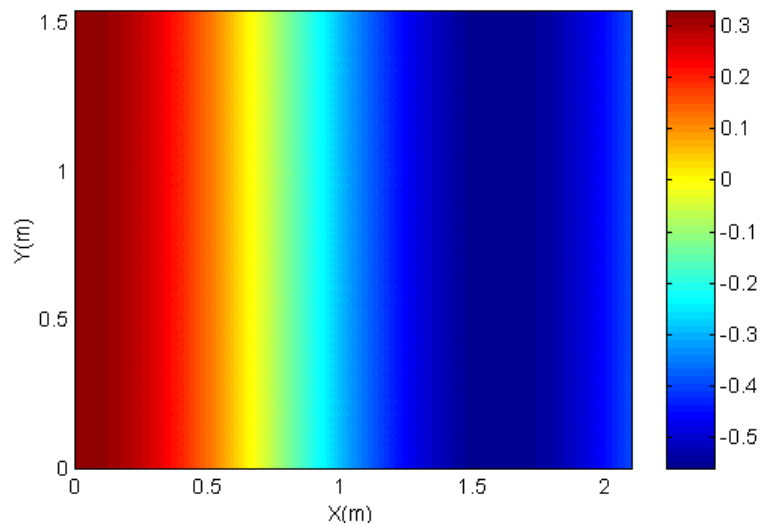


Figura 3. Forma propia del modo  $n=3$ , con frecuencia de resonancia 112.49 Hz, en un plano a la altura de las cabezas de los ocupantes

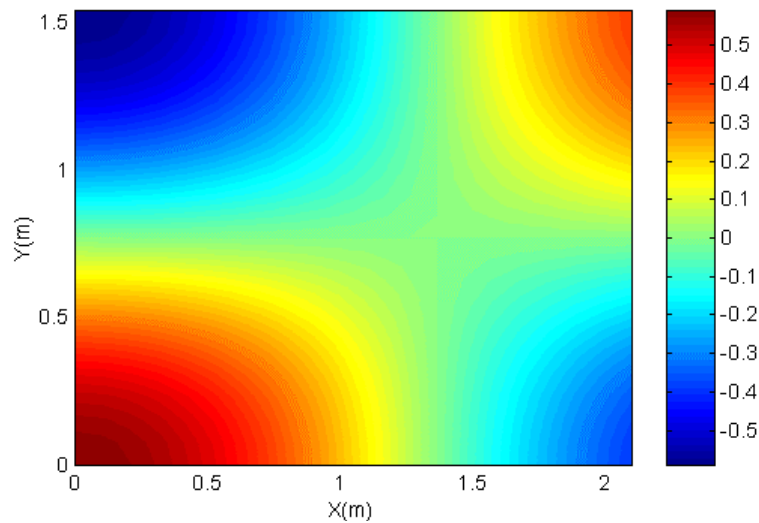


Figura 4. Forma propia del modo  $n=5$ , con frecuencia de resonancia 129.59 Hz, en un plano a la altura de las cabezas de los ocupantes

Una vez obtenidos los modos y las frecuencias propias de la cavidad conjunta, se puede utilizar la teoría para calcular la respuesta de un recinto debida a fuentes primarias acústicas situadas en el interior de la cavidad, o fuentes estructurales actuando en su superficie.

## CONCLUSIONES

En la mayoría de las aplicaciones reales para las técnicas de control activo de ruido y vibraciones aparecen cavidades con geometría irregular, para la que no existe una solución analítica. En este trabajo se ha planteado una opción a este problema para encontrar una aproximación a la solución exacta sin necesidad de recurrir a las soluciones numéricas. El método se ha particularizado en una cavidad que tiene la geometría de una furgoneta. Se han calculado las frecuencias propias y los modos normales del recinto. Con esta descripción es posible encontrar la respuesta del sistema a cualquier tipo de excitación.

## REFERENCIAS

- Bravo, T. y Cobo, P., 1988. Optimización de las fuentes de control en un sistema CAR multicanal en el interior de un vehículo por el método del recocido simulado. *Tecnicacustica* 98, Lisboa.
- Bullmore, 1987. The active minimisation of harmonic enclosed sound fields with particular application to the propeller induced cabin noise. Ph.D. Thesis, The University of Southampton, United Kingdom.
- Dowell, E., Gorman I. G. y Smith, D., 1977. Acoustoelasticity: General Theory, Acoustic Natural Modes and Forced Response to Sinusoidal Excitation, Including Comparisons with Experiments. *Journal of Sound and Vibration*, **52** (4), 519-542.
- Fahy, F., 1985. **Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response**. Academic Press, London.
- Morse, P. M. y Bolt, R. H., 1944. Sound Waves in Rooms. *Reviews of Modern Physics*, **16** (2), 69-150.
- Pope, L., 1971. On the Transmission of Sound Through Finite Closed Shells: Statistical Energy Analysis, Modal Coupling and Non-Resonant Transmission. *Journal of the Acoustical Society of America*, **50** (3), 1004-1018.

---

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias al soporte financiero de la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (Proyecto AMB99-1095-C02-01).