

## Modelo para caracterização do comportamento acústico a sons de percussão de pavimentos não-homogêneos de betão pré-esforçado

Jorge Patrício\*\*; A. Canha da Piedade\*; Pedro Martins da Silva\*

\*Inst. Superior Técnico. Depto. de Engenharia Civil, Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa Codex.

### Abstract

This paper presents the development of a simplified model to evaluate the noise insulation of non-homogenous slabs made of concrete and lighth filling elements, against impact noise introduced by the standard tapping machine. This evaluation is made in accordance with the European Standard EN 20717/2. For this purpose the model considers an equivalent slab with same mass per unit area and same orthotropic elastic characteristics. The model uses the modal approach in the low frequency range of the spectra and the SEA method in the other part of the total spectra. Some results are presented both for laboratory and "in situ" cases.

### Introdução

O aligeiramento dos elementos de compartimentação horizontal dos edifícios, resultante, em alguns casos, da redução das cargas actuantes, por um lado, e da aplicação de novas tecnologias no domínio da construção, por outro, veio criar graves problemas de verificação do cumprimento das disposições regulamentares vigentes relativas ao conforto acústico dos edifícios, fundamentalmente no que se relaciona com o isolamento sonoro a acções de choque. Situações em que estes problemas se colocam, relacionam-se com a utilização, fundamentalmente nos edifícios de habitação, de pavimentos não-homogêneos construídos em betão, ou seja pavimentos constituídos por elementos resistentes e zonas vazadas, preenchidas, ou não, com blocos de cofragem.

### Modelo de simulação

#### Introdução

O modelo de simulação que se apresenta efectua a caracterização do comportamento referido a partir da análise do campo vibracional estabelecido nestes pavimentos, aquando da introdução de uma excitação de choque, e da sua interacção com o espaço acústico subjacente. Para tal, utiliza o método de análise modal para caracterização do desempenho acústico dos pavimentos nas bandas de baixas frequências e o método de análise estatística de energia, SEA, nas bandas de médias e altas frequências. No que respeita à força de excitação o modelo considera um "package" de coeficientes de Fourier da amplitude da força de excitação, consoante a classe do betão utilizado na construção destes pavimentos. Este "package" foi constituído com base na aplicação da teoria de Hertz relativa ao choque do martelo da máquina de percussão com o betão da camada superficial do pavimento.

#### "Package" da força de excitação

Para obtenção do "package" da força de excitação recorreu-se à modelação do impacto da percussão normalizada. Esta modelação foi feita a partir do estudo do espectro de frequências da força transmitida pelo martelo da máquina de percussão Brüel & Kjær, modelo 3204. A superfície de impacto do martelo tem a configuração de uma calote esférica, com o raio de 0,5 m, massa de 0,5 kg, e cai em queda livre de uma altura teórica de 0,04 m, com a frequência de 10 Hz. A metodologia utilizada para a obtenção analítica do espectro referido foi desenvolvida em duas etapas fundamentais: *i*) modelação do impulso; e *ii*) adopção

do tratamento matemático a utilizar (série de Fourier). Para o desenvolvimento da etapa *i*) adoptou-se a solução proposta por Devaux (1980), a qual se baseia na aplicação das relações de Hertz para o estudo do contacto entre uma esfera e um plano. Esta solução conduz a uma equação diferencial não linear (Eq. 1) cuja resolução tem de ser obtida numericamente.

$$\ddot{\phi} = \frac{K}{m_2} \phi^{3/2} \quad (1)$$

em que :

$$K = \frac{4}{3\pi} \frac{\sqrt{R_2}}{(K_1 + K_2)} ; \quad \text{com} \quad K_1 = \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} \quad \text{e} \quad K_2 = \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \quad (2)$$

Nesta equação  $K$  representa a rigidez de compressão;  $\nu$  o coeficiente de Poisson e  $E$  o módulo de Young dos materiais em presença (o índice 1 refere-se ao martelo e o 2 ao elemento plano).  $R_2$  é o raio de curvatura da cabeça do martelo/esfera. Para o desenvolvimento da etapa *ii*), e tendo em atenção o carácter periódico do impacto, a equação determinada em *i*) foi expandida em série de Fourier para obtenção do espectro da força de excitação. Na Fig. 1 apresenta-se a descrição do impulso obtido para um betão B25 e na Fig. 2 a distribuição espectral do quadrado da força eficaz das componentes da força de excitação.

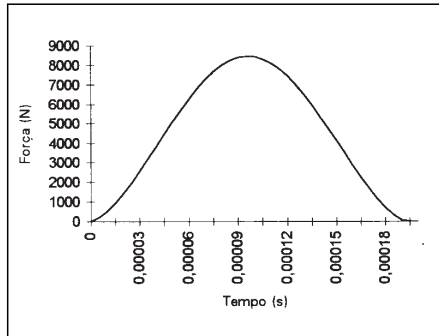


Fig. 1 - Descrição da modelação do impulso.

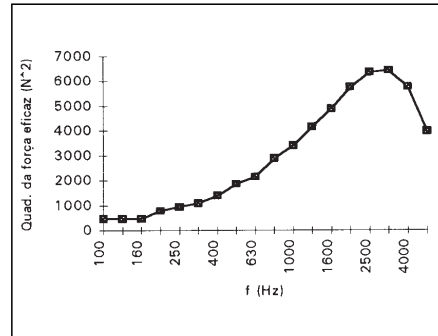


Fig. 2 - Distribuição espectral do quadrado da força eficaz transmitida.

Adoptou-se para o martelo da máquina de percussão um valor de  $E_2$  igual a 200 GPa e um valor de  $\nu_2$  de 0,3 (valores representativos das características elásticas do aço).

Sub-modelo 1: método de análise modal

No que respeita à aplicação da metodologia da análise modal, o modelo calcula as frequências próprias do pavimento. Este cálculo é feito com o recurso ao método de Rayleigh-Ritz (Bhat (1985)). Seguidamente, a partir do conhecimento dos valores das frequências próprias e da força eficaz das componentes de força associada às várias frequências de excitação, efectua o varrimento do conjunto de frequências naturais de interesse. O cálculo da resposta global do pavimento é conseguida a partir da velocidade de vibração correspondente à resposta, associada a cada modo próprio  $n$ , a qual, ao considerar-se a configuração modal  $\phi_n(x,y)$  constante ao longo da região de integração, para o caso de uma força pontual, actuando numa área infinitesimal definida por um ponto  $(x_0, y_0)$ , em que,  $P(x_0, y_0) dx_0 dy_0 = F$  pode ser dada pela Eq. (3).

$$v_n = \frac{j\omega F \phi_n(x_0, y_0)}{[\omega_n^2(1 + j\eta) - \omega^2] M_n} \quad (3)$$

onde  $M_n$  representa a massa generalizada de modo  $n$ , dada por:  $M_n = \phi_n M(x,y) \phi_n^T$ . Para painéis, considerados neste modelo, com espessura uniforme e massa superficial constante, pode simplificar-se a Eq. (3) fazendo a média das velocidades de vibração relativas às possíveis posições de localização da excitação. Nesta situação a velocidade média quadrática, para cada uma das amplitudes das componentes em frequência da força de impacto, é obtida recorrendo a:

$$\hat{v}_n = \frac{\omega^2 F_{ef}^2}{S^2 m^2} \sum_n \frac{1}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 - \eta^2 \omega_n^4} \quad (4)$$

onde:  $\omega_n$  - frequência própria do modo  $n$ ;  $\omega$  - frequência de excitação;  $\eta$  - amortecimento interno do painel de laje;  $F_{ef}^2$  - quadrado da amplitude da força eficaz de excitação; e  $m$  - massa superficial do painel.

Sub-modelo 2: análise estatística de energia

Na concepção deste sub-modelo considera-se que o sistema global é definido pela existência de dois subsistemas: um constituído pelo elemento de compartimentação propriamente dito; e outro pelo espaço acústico subjacente. O equilíbrio destes subsistemas pode traduzir-se no seguinte:

$$\text{Subsistema 1: } P_{e,1} + P_{21} = P_{d,1} + P_{2,1}; \quad \text{Subsistema 2: } P_{e,1} + P_{12} = P_{d,2} + P_2; \quad (5)$$

No presente modelo, as equações que traduzem a energia de vibração associada a cada um dos subsistemas considerados, assim como os fluxos de energia entre esses mesmos subsistemas são as seguintes:

$$P_{e,1} = \frac{F_{ef}^2}{2 \operatorname{Re}(Z)} \quad (6)$$

onde  $F_{ef}^2$  representa o integral da densidade espectral da força eficaz de excitação na banda de frequências considerada e  $Z$  a impedância mecânica do elemento de compartimentação. De forma análoga, e para cada frequência angular central de cada uma das bandas  $i$  onde o método é aplicado, tem-se :

$$P_{d,1} = \omega_i \eta_{11} E_1 \quad ; \quad P_{d,2} = \omega_i \eta_{22} E_2 \quad ; \quad P_{12} = \omega_i \eta_{12} E_1 \quad ; \quad P_{21} = E_2 \eta_{12} \frac{n_1}{n_2} \quad (7)$$

onde  $\eta_{ij}$  representa o valor do coeficiente de acoplamento entre os subsistemas  $i$  e  $j$  e  $E_i$  e  $E_j$  a energia de vibração associada a cada um dos subsistemas  $i$  e  $j$ . Quando se considera apenas o próprio subsistema, o parâmetro  $\eta_{ij}$  representa o valor das perdas internas aí existentes (neste caso,  $i$  igual a  $j$ ). A energia de vibração associada a cada um dos subsistemas (espaço acústico  $E_2$ , com volume  $V$ , e pavimento  $E_1$ , de área  $S$  e massa volúmica  $\rho$ ), por banda de frequências, é calculada de acordo com as seguintes expressões:

$$\langle E_1 \rangle = \rho_1 S_1 \langle v_i^2 \rangle = \frac{F_{ef}^2}{Z + Z_M} \quad ; \quad \langle E_2 \rangle = \frac{V}{\rho_2 c^2} \langle p_i^2 \rangle = \frac{\eta_{12}}{\eta_{22} + \frac{n_1}{n_2} \eta_{12}} \langle E_1 \rangle \quad (8)$$

correspondendo os valores de  $\langle v_i^2 \rangle$  - velocidade de vibração- e  $\langle p_i^2 \rangle$  - pressão sonora - a valores médios na banda considerada (caracterizada pela sua frequência central  $f_c$ ). Este modelo considera que as transferências de energia que ocorrem nas fronteiras do pavimento com o espaço acústico subjacente e sobrejacente são da mesma natureza:  $\eta_{12}$  praticamente igual a  $\eta_{21}$ .

Resultados obtidos

Na Fig. 3 e no Quadro 1 apresentam-se algumas comparações entre resultados obtidos em ensaios de alguns pavimentos não-homogêneos e numa laje maciça.

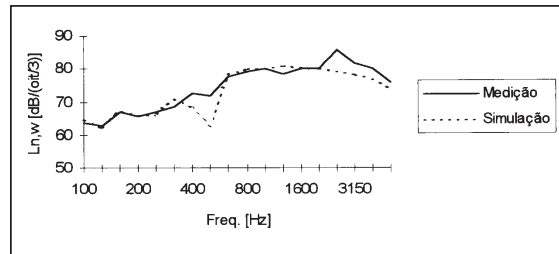


Fig. 3 - Comparação entre os resultados obtidos por medição e por simulação para um pavimento não homogêneo

de vigotas pré-esforçadas e betão complementar moldado em obra					
Índices de Isolamento Sonoro a Sons de Percussão					
(dB/(0,01/3))					
Pavimentos	Laboratório		Pavimentos	Obra	
	Medição	Simulação		Medição	Simulação
Pav. P1	95	95	Sala 2	93	94
Pav. P2	97	94	Sala 3	96	94
Pav. P4	97	94	Sala 4	96	93
Pav. P5	97	92	Sala 5	94	93
Laje maciça	89	90	Sala 1	89	91

Quadro 1 - Resultados de vários processos de ensaio (medição e simulação), em laboratório e em obra

### Conclusões

As diferenças que se verificam na descrição apresentada na Fig. 3 (bandas de frequência central de 500 e 2500 Hz) derivam, no primeiro caso, de uma subquantificação do número efectivo de frequências próprias intervenientes e, no segundo caso, da mobilização de ressonâncias nas abobadilhas de enchimento. Todavia, como se pode comprovar pela análise comparativa dos índices de isolamento sonoro apresentada no Quadro 1, a modelação proposta, apoiada nas metodologias referidas (análise modal e método SEA) permite caracterizar eficazmente o comportamento acústico de pavimentos numa perspectiva de avaliação do enquadramento regulamentar, constituindo assim, um instrumento potencial para apoio ao projecto.

### Referências bibliográficas

- BAHT, R. B. - *Natural frequencies of rectangular plates using characteristic orthogonal polynomials in Rayleigh-Ritz method.* "Journal of Sound and Vibration", London, vol. 102, nº 4, 1985, p. 493-499.
- CREMER, L.; HECKL, M. - *Structure-borne sound: structural vibrations and sound radiation at audio frequencies.* Berlin, Springer-Verlag, 1973.
- FAHY, F. J. - *Sound and structural vibration, radiation, transmission and response.* London, Academic Press, 1985.
- Josse, R. - *Notions d'Acoustique: à l'usage des architectes, ingénieurs et urbanistes,* Paris, Eyrolles, 1977.
- LYON, H. R. - *Statistical energy analysis of dynamical systems: theory and applications.* Massachusetts, MIT Press, 1975.
- MAIDANIK, G. - *Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields.* "Journal of Acoustical Society of America", New York, vol. 34, nº 6, june 1962, p. 809-826.
- Portugal. Inspecção-Geral dos Produtos Agrícolas e Industriais - *Acústica: ensaios de transmissão dos ruídos aéreos e de percussão.* Norma Portuguesa NP 669 (1974), Lisboa, IGPAL, 1974, p.7.
- PORTUGAL. Ministério do Plano e da Administração do Território - *Regulamento geral sobre o ruído (RGR).* Decreto-Lei nº 251/87 de 24 de Junho, MPAT, Lisboa, 1987.